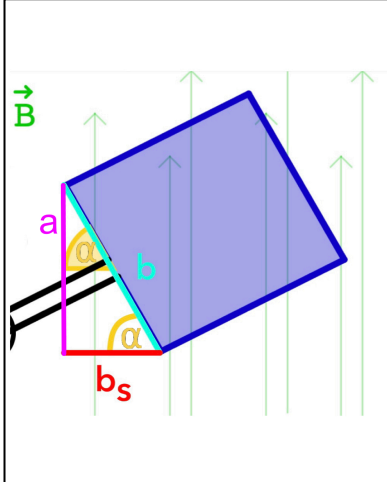
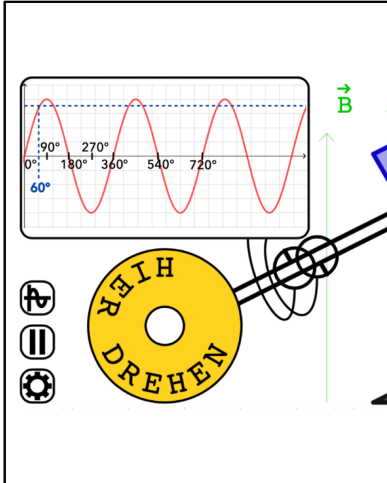
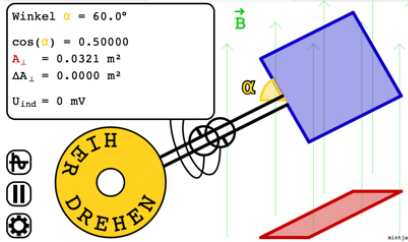


Formelpuzzle: Herleitung der Induktionsspannung am Generator (leicht)

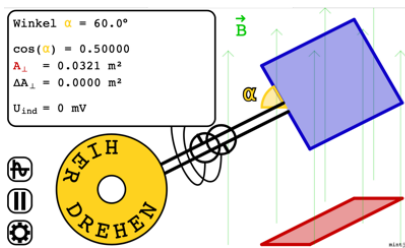
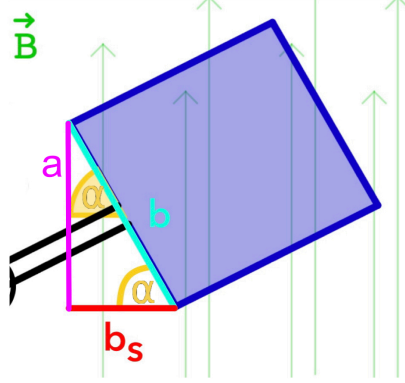
Aufgabe: Sortiere die folgenden Bestandteile der Herleitung in die Tabelle unten ein.

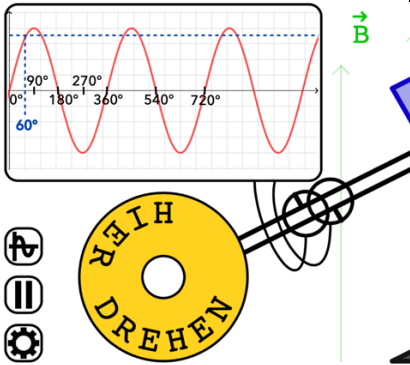
Interpretation	Komponentenzerlegung	Mathematische Umformungen	Induktionsgesetz aufbereiten	
Ergebnis: $U_{ind} = \hat{U} \cdot \sin(\alpha)$ $U_{ind} = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ mit der Scheitelspannung (Maximalwert der Induktionsspannung): $\hat{U} = n \cdot B \cdot A \cdot \omega$	Induktionsgesetz aufstellen/identifizieren: $U_{ind} = -n \cdot \dot{\phi}$ Nur die Fläche ändert sich, daher: $U_{ind} = -n \cdot \dot{A} \cdot B$	Für den Kosinus gilt: $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ mit der Skizze folgt: $\cos(\alpha) = \frac{b_s}{b}$ $\Rightarrow b_s = b \cdot \cos(\alpha)$ Einsetzen in $A_s = a \cdot b_s$ $A_s = a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$ $\Rightarrow A_s = A \cdot \cos(\alpha)$		

Teilüberschriften	Bildliche Darstellung	Sprachliche Darstellung	Mathematische Darstellung
Anfangsskizze		Man zeichnet die Position der Fläche bezüglich der Magnetfeldlinien ein. Dort wird auch der Drehwinkel eingetragen.	Ohne Mathematisierung

		Die Fläche wird in eine zum B-Feld senkrechte und eine parallele Komponente zerlegt. In dem entstehenden Dreieck wird der Drehwinkel identifiziert. Man nutzt die trigonometrische Beziehung für den Kosinus in einem rechtwinkligen Dreieck und formt die Gleichungen nach A_s um.	
	Ohne Skizze	Man vereinfacht das allgemeine Induktionsgesetz zu einer vereinfachten Darstellung, die zu der experimentellen Situation passt.	
	Ohne Skizze	A_s wird in das aufbereitete Induktionsgesetz eingesetzt. Die vorab für α notierte Beziehung ebenfalls. Bei der Ableitung nach der Zeit ist auch die Kettenregel zu beachten, ehe elementare Umformungen das Ergebnis liefern.	Für die Winkelgeschw. ω gilt: $\omega = \frac{\alpha}{t} \Rightarrow \alpha = \omega \cdot t$ Einsetzen $U_{ind} = -n B (A \cos(\alpha))$ $U_{ind} = -n B (A \cos(\omega \cdot t))$ Ableiten mit Kettenregel: $U_{ind} = -n B A \omega (-\sin(\omega t))$ Umformen: $U_{ind} = n B A \omega \sin(\omega \cdot t)$ $U_{ind} = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
		Das Spannungssignal ist sinusförmig. Also ist die Spannung U_{ind} für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 180^\circ$ gleich 0 V. Bei 90° ist U_{ind} maximal. Bei 270° ist die Spannung minimal. Eingezeichnet ist auch der Spannungswert für $\alpha = 60^\circ$ (vgl. Anfangsskizze).	

Lösung

Teilüberschriften	Bildliche Darstellung	Sprachliche Darstellung	Mathematische Darstellung
Anfangsskizze		Man zeichnet die Position der Fläche bezüglich der Magnetfeldlinien ein. Dort wird auch der Drehwinkel eingetragen.	Ohne Mathematisierung
Komponentenzerlegung		Die Fläche wird in eine zum B-Feld senkrechte und eine parallele Komponente zerlegt. In dem entstehenden Dreieck wird der Drehwinkel identifiziert. Man nutzt die trigonometrische Beziehung für den Kosinus in einem rechtwinkligen Dreieck und formt die Gleichungen nach A_s um.	Für den Kosinus gilt: $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ mit der Skizze folgt: $\cos(\alpha) = \frac{b_s}{b}$ $\Rightarrow b_s = b \cdot \cos(\alpha)$ Einsetzen in $A_s = a \cdot b_s$ $A_s = a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$ $\Rightarrow A_s = A \cdot \cos(\alpha)$
Induktionsgesetz aufbereiten	Ohne Skizze	Man vereinfacht das allgemeine Induktionsgesetz zu einer vereinfachten Darstellung, die zu der experimentellen Situation passt.	Induktionsgesetz aufstellen/identifizieren: $U_{ind} = -n \cdot \dot{\phi}$ Nur die Fläche ändert sich, daher: $U_{ind} = -n \cdot \dot{A} \cdot B$

Mathe- matische Umformungen	Ohne Skizze	A_s wird in das aufbereitete Induktionsgesetz eingesetzt. Die vorab für α notierte Beziehung ebenfalls. Bei der Ableitung nach der Zeit ist auch die Kettenregel zu beachten, ehe elementare Umformungen das Ergebnis liefern.	Für die Winkelgeschw. ω gilt: $\omega = \frac{\alpha}{t} \Rightarrow \alpha = \omega \cdot t$ Einsetzen $U_{ind} = -n B (A \cos(\alpha))$ $U_{ind} = -n B (A \cos(\omega \cdot t))$ Ableiten mit Kettenregel: $U_{ind} = -n B A \omega (-\sin(\omega t))$ Umformen: $U_{ind} = n B A \omega \sin(\omega \cdot t)$ $U_{ind} = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
Interpretation		Das Spannungssignal ist sinusförmig. Also ist die Spannung U_{ind} für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 180^\circ$ gleich 0 V. Bei 90° ist U_{ind} maximal. Bei 270° ist die Spannung minimal. Eingezeichnet ist auch der Spannungswert für $\alpha = 60^\circ$ (vgl. Anfangsskizze).	Ergebnis: $U_{ind} = \hat{U} \cdot \sin(\alpha)$ $U_{ind} = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ mit der Scheitelspannung (Maximalwert der Induktionsspannung): $\hat{U} = n \cdot B \cdot A \cdot \omega$